

# η δυναμική της επιδημίας

για αρχάριους

01

# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ

## ΟΡΙΣΜΟΙ

- με το γράμμα **X** θα εννοούμε όσους έχουν ανοσία είτε επειδή εμβολιάστηκαν είτε επειδή ασθένησαν στο παρελθόν
- με το γράμμα **S** όσους είναι υγιείς και ευάλωτοι στην ασθένεια (S από την λέξη Susceptible)
- με το γράμμα **H** (H από την λέξη Healthy) όσους παραμένουν υγιείς ( $H=X+S$ )
- με το γράμμα **I** θα εννοούμε όσους είναι ασθενείς (I από την λέξη Infected)
- με το γράμμα **R** θα εννοούμε όσους απεβίωσαν ή θεραπεύθηκαν (R από την λέξη Recovered ή Removed).
- και με το γράμμα **P<sub>op</sub>** θα εννοούμε τον πληθυσμό.

## ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

- κατά την διάρκεια ενός κύματος επιδημίας ο πληθυσμός παραμένει σταθερός και επομένως ισχύει ότι  
$$S+I+R=P_{op} - X$$
- όσοι θεραπεύθηκαν αποκτούν ανοσία για όσο χρόνο διαρκεί η επιδημία.
- η πιθανότητα να μολυνθεί κάποιος είναι η ίδια για όλα τα άτομα.

02



### ΜΕΘΟΔΟΣ: ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΕΝΑ ΦΥΣΙΚΟ ΑΝΑΛΟΓΟ

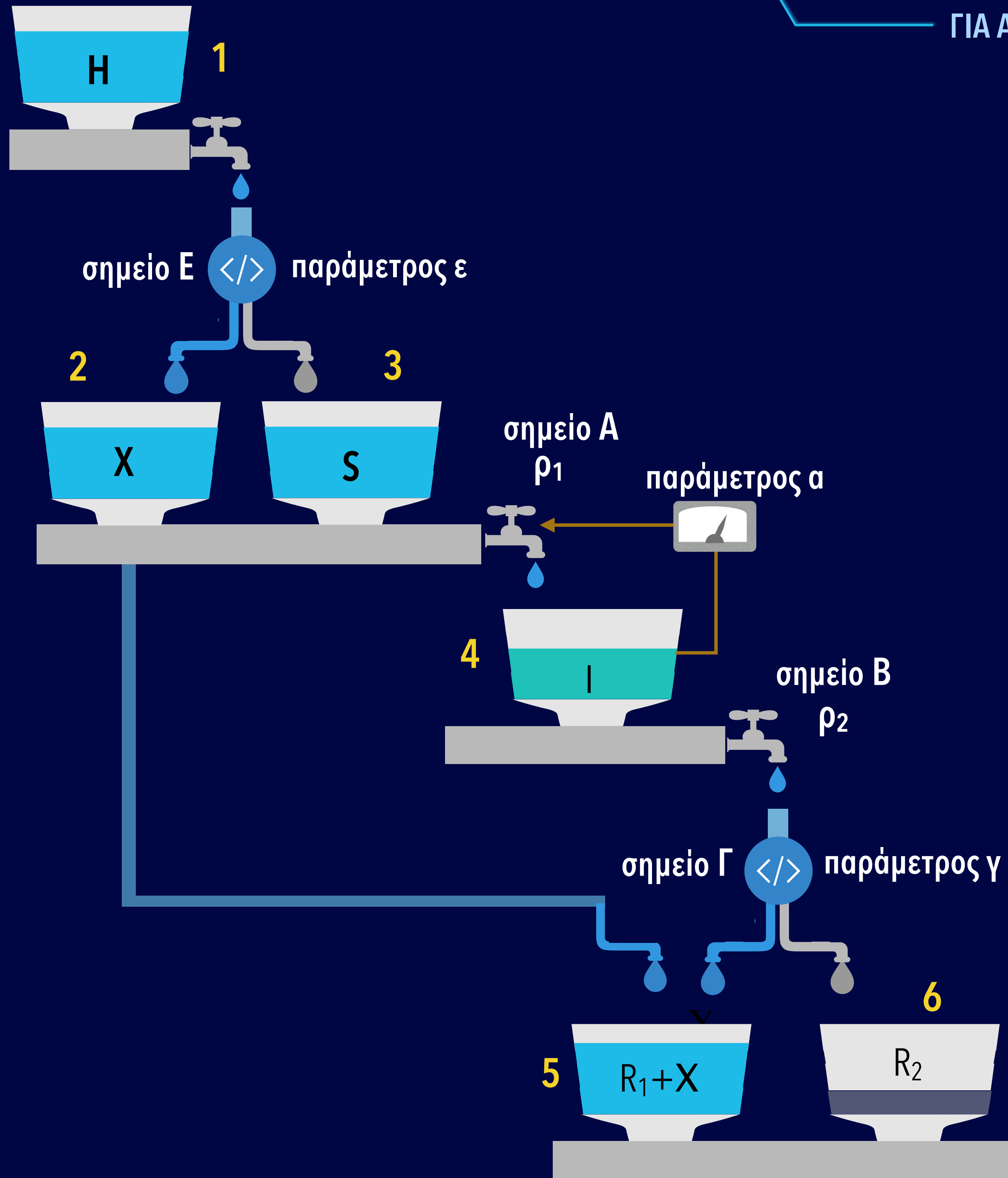
Ονομάζουμε **φυσικό ανάλογο**

- μια φυσική πραγματικότητα που έχει **υλική υπόσταση,**
- που **υποπίπτει στις αισθήσεις μας,**
- για την οποία διαθέτουμε **εμπειρική γνώση από την καθημερινή μας ζωή,** και
- της οποίας η λειτουργία **διέπεται από τις ίδιες μαθηματικές σχέσεις με ένα σύστημα που μας ενδιαφέρει (όπως μια επιδημία) του οποίου όμως η εσωτερική λειτουργία δεν υποπίπτει στις αισθήσεις μας,** δεν μπορούμε να την δούμε με τα ίδια μας τα μάτια.



# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ



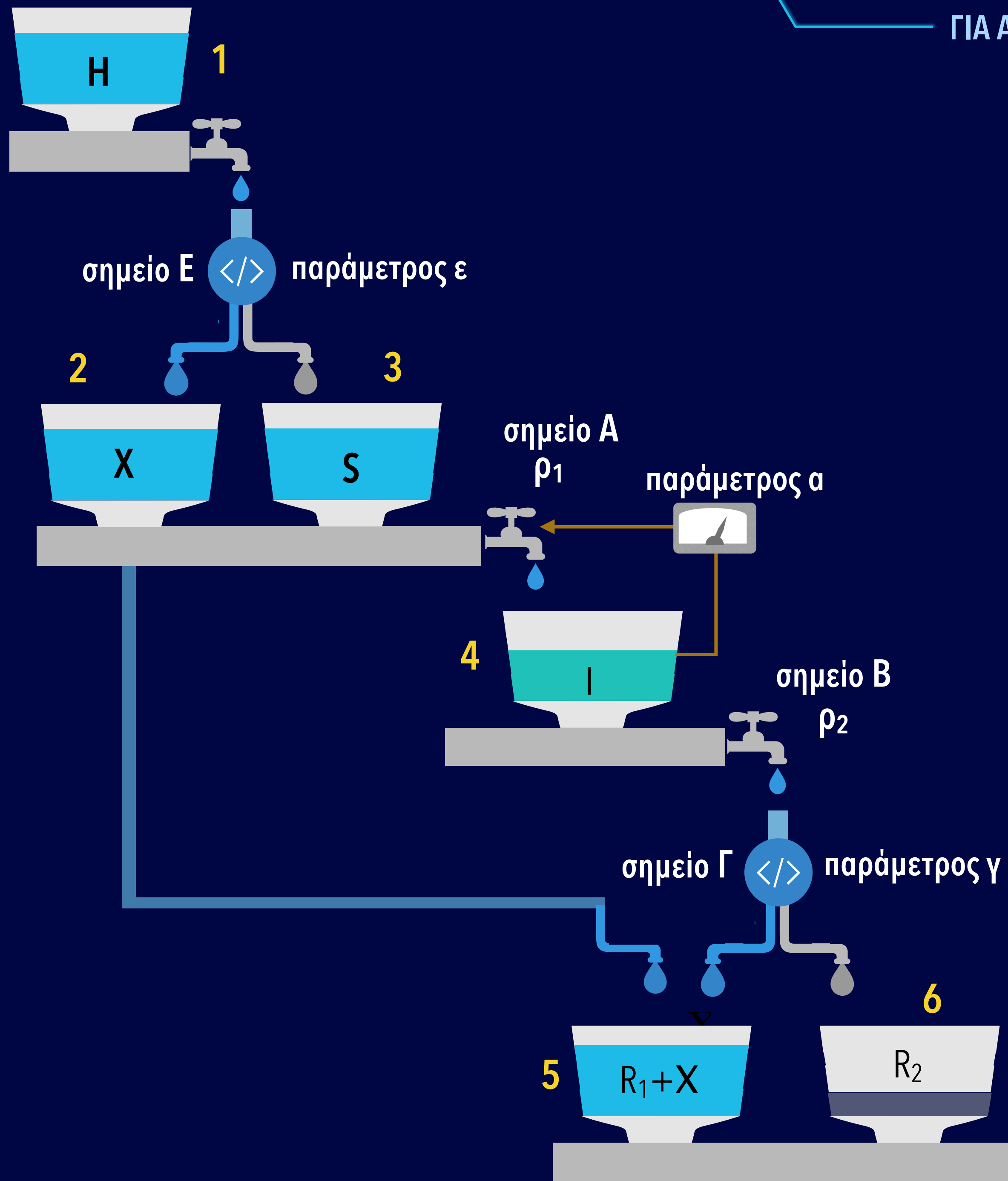
## ΑΠΟ ΤΙ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΤΟ ΦΥΣΙΚΟ ΑΝΑΛΟΓΟ

Το **φυσικό ανάλογο** που χρησιμοποιούμε εδώ είναι ένα υδραυλικό σύστημα δεξαμενών:

- Όσοι έχουν ανοσία είτε επειδή εμβολιάστηκαν είτε επειδή ασθένησαν στο παρελθόν (**X**) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Όσοι είναι υγιείς και ευάλωτοι στην ασθένεια (**S**) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.
- Ο υγιής πληθυσμός είναι  **$H=X+S$**  στην δεξαμενή 1.
- Οι ασθενείς (**I**) βρίσκονται στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν ( **$R_1$** ) ή έχουν ανοσία (**X**) συγκεντρώνονται στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν ( **$R_2$** ) στην δεξαμενή 6.

# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ



## ΠΩΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΟΥΝ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΝΑΛΟΓΟΥ

- Για κάθε δεξαμενή ισχύει ό,τι για κάθε δεξαμενή εν γένει: **Όσο υψηλότερη είναι η συσσώρευση στο εσωτερικό της, τόσο μεγαλύτερη είναι η εκροή στην αντίστοιχη βρύση για δεδομένη αντίσταση.**
- Π.χ. όσο υψηλότερη είναι η στάθμη στην δεξαμενή 3 (βλ. σχήμα), τόσο μεγαλύτερη η εκροή στην βρύση που εμφανίζει αντίσταση  $\rho_1$ . Η αντίσταση αυτή μπορεί να μεταβάλλεται όπως συμβαίνει σε κάθε βρύση, δηλαδή στρέφοντας αναλόγως την στρόφιγγα που βρίσκεται στο σημείο Α.

- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει (**H**) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία μετά από εμβολιασμό (**X**) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα (**S**) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.

05

- Οι ασθενείς (**I**) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν (**R<sub>1</sub>**) ή έχουν ανοσία μετά από εμβολιασμό (**X**) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν (**R<sub>1</sub>**) στην δεξαμενή 6.

# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ

## ΠΩΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙΤΑΙ ΜΙΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΑΥΞΗΣΗ

Στις επιδημίες, η αύξηση του αριθμού των ασθενών αυξάνει την πιθανότητα να μολυνθούν περισσότεροι υγιείς. Στο φυσικό ανάλογο αυτό παρίσταται ως εξής:

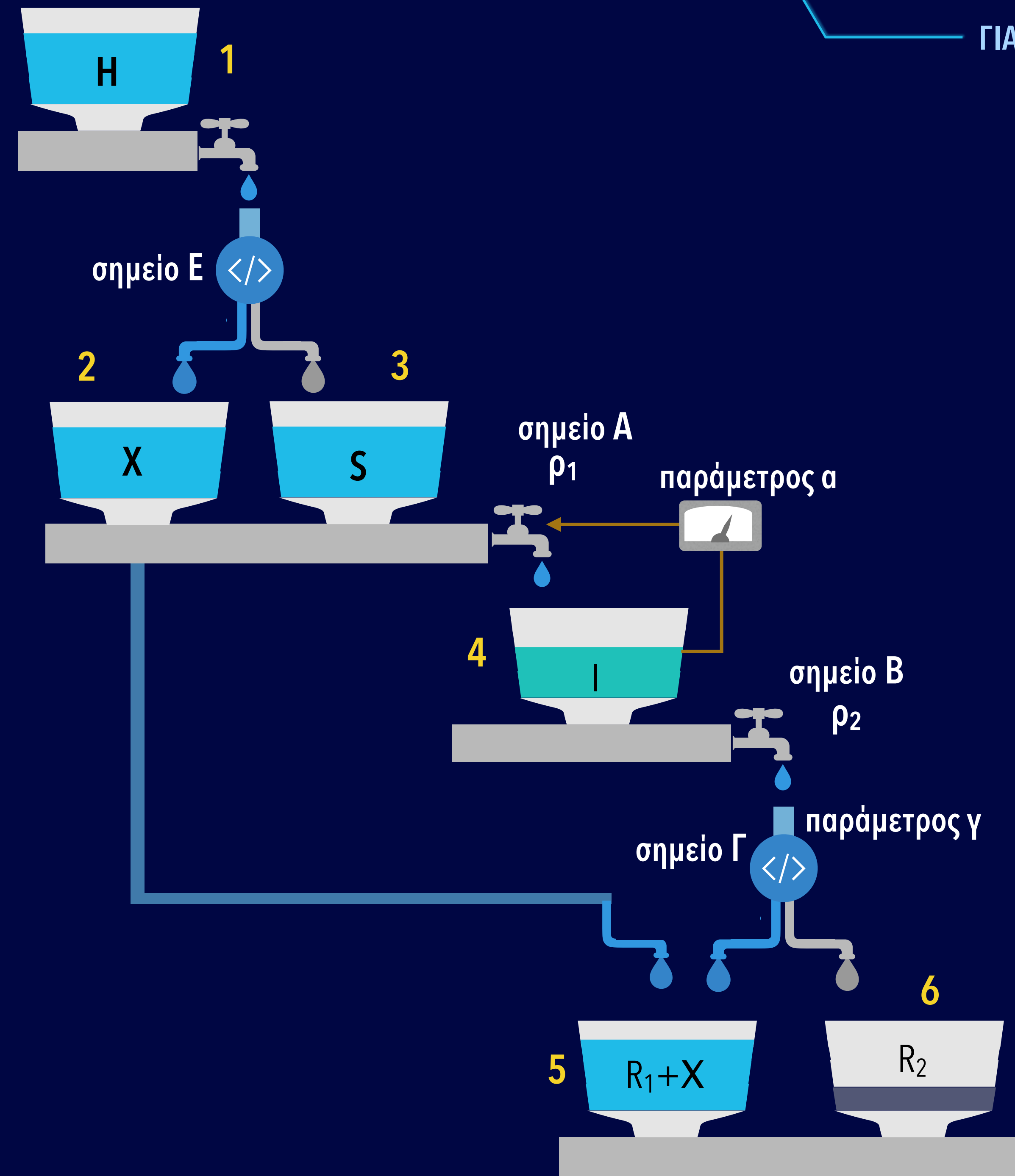
Στο σύστημα των δεξαμενών έχει προστεθεί ένα όργανο ελέγχου μεταξύ των δεξαμενών 3 και 4 όπως στο σχήμα. Το όργανο αυτό μετράει την στάθμη στην δεξαμενή 4 και αναλόγως ανοίγει ή συσφίγγει την στρόφιγγα στο σημείο απορροής A της δεξαμενής 3, έτσι ώστε:

όταν αυξάνεται η στάθμη στην δεξαμενή 4, να μειώνεται η αντίσταση  $\rho_1$  και έτσι να αυξάνεται η εκροή από την δεξαμενή 3\*. Ανεβαίνει έτσι ακόμη περισσότερο η στάθμη στην δεξαμενή 4, και αυτό μειώνει εκ νέου την αντίσταση  $\rho_1$  κ.ο.κ. (Η ευαισθησία της στάθμης στην δεξαμενή 3 ως προς τις μεταβολές της στάθμης στην δεξαμενή 4 εκφράζεται από την παράμετρο  $\alpha$  που ρυθμίζεται από το όργανο ελέγχου). Με αυτά τα δεδομένα, η λειτουργία του οργάνου ελέγχου δημιουργεί διαδοχικούς κύκλους ανατροφοδοτούμενων αυξήσεων: δημιουργείται έτσι μια **εκθετική αύξηση**.

- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει (H) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία μετά από εμβολιασμό (X) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα (S) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.
- Οι ασθενείς (I) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν ( $R_1$ ) ή έχουν ανοσία μετά από εμβολιασμό (X) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν ( $R_1$ ) στην δεξαμενή 6.

06

\* Ισχύει και το αντίστροφο: όταν μειώνεται η στάθμη στην δεξαμενή 4, αυξάνεται η αντίσταση  $\rho_1$  και μειώνεται η εκροή από την δεξαμενή 3. Όταν  $I=0$ , τότε η στρόφιγγα είναι κλειστή.



# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ

## ΠΩΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

1. Τα άτομα που έχουν ανοσία ( $X$ ) περνούν από την δεξαμενή 2 στην δεξαμενή 5 μαζί με όσους ασθενήσαν και αποθεραπεύθηκαν.

2. Τα ευάλωτα άτομα που μολύνθηκαν περνούν από την δεξαμενή 3 στην δεξαμενή 4, των ασθενών. Η ταχύτητα με την οποία γίνεται αυτό, δηλαδή επεκτείνεται η μόλυνση είναι

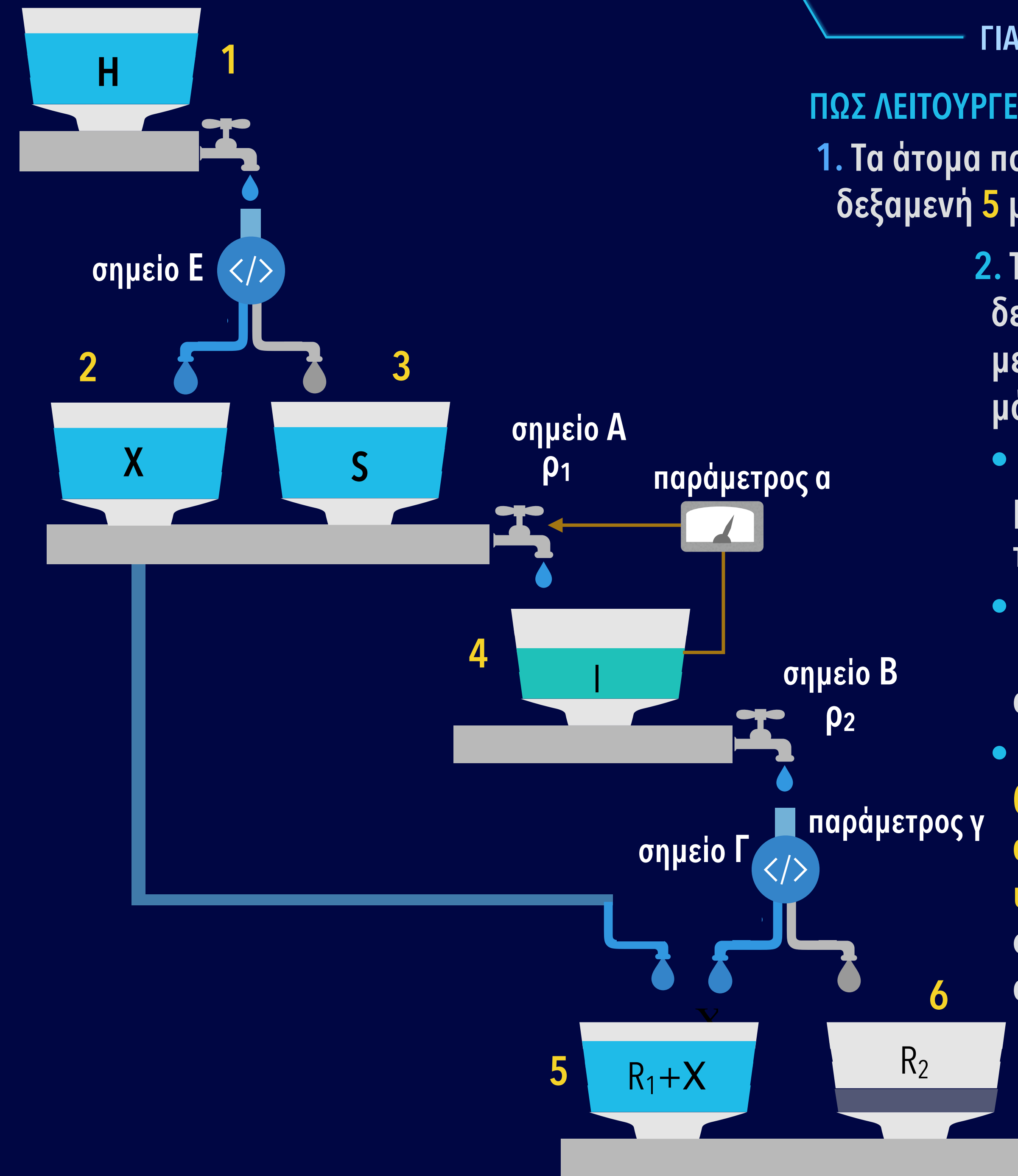
- ανάλογη της στάθμης στην δεξαμενή 3: όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των ατόμων που είναι τρωτά, τόσο ταχύτερη η εξάπλωσή της,
- αντιστρόφως ανάλογη της αντίστασης  $\rho_1$  στο σημείο A στραγγαλισμού της ροής (για την σημασία του  $\rho_1$  βλ. σε όσα ακολουθούν).
- ανάλογη της στάθμης στην δεξαμενή 4, εξαιτίας της θετικής επίπτωσης που έχει η αύξηση του αριθμού των ασθενών στην πιθανότητα να μολυνθούν περισσότεροι υγιείς (πρόκειται για την επίπτωση που περιγράφει στο φυσικό ανάλογο η ύπαρξη ενός οργάνου ελέγχου που συνδέει τις δεξαμενές 3 και 4).

3. Στην έξοδο από την δεξαμενή 4, υπάρχει σημείο διαχωρισμού όσων απεβίωσαν ( $R_2$ ) και όσων αποθεραπεύθηκαν ( $R_1$ ) (σημείο Γ).

- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει ( $H$ ) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία ( $X$ ) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα ( $S$ ) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.

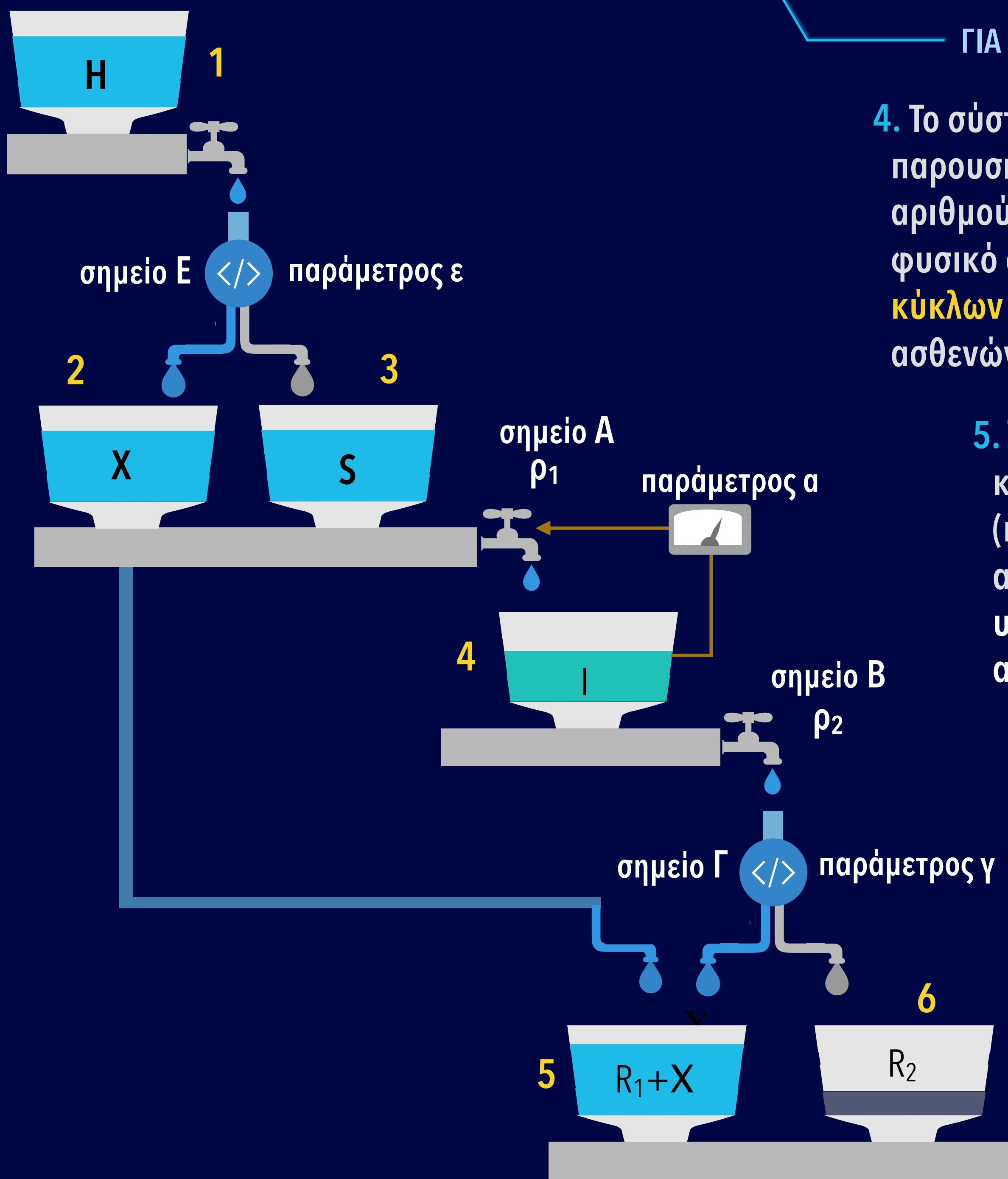
- Οι ασθενείς ( $I$ ) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν ( $R_1$ ) ή έχουν ανοσία ( $X$ ) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν ( $R_2$ ) στην δεξαμενή 6.

07



# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ



4. Το σύστημα που εξετάζουμε εδώ εμφανίζει μια τυπική εξέλιξη: παρουσιάζει καταρχάς αλματώδη άνοδο (εκθετική αύξηση) του αριθμού των ασθενών (συσσώρευση στην δεξαμενή 4 στο φυσικό ανάλογο). Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη **διαδοχικών κύκλων ανατροφοδοτούμενων αυξήσεων** του αριθμού των ασθενών (βλ. διαφάνεια 6).

5. Το σύστημα παρουσιάζει εν συνέχεια επιβράδυνση καθώς μειώνεται ο αριθμός των ευάλωτων ατόμων (η στάθμη **S** στην δεξαμενή 3) επειδή έχουν ήδη ασθενήσει. Πρόκειται για την "ανοσία αγέλης" εάν υποθέσουμε ότι δεν έχουν ληφθεί μέτρα ικανά να αναχαιτίσουν την επιδημία.

6. Η πορεία του συστήματος, που **αποτυπώνεται** κυρίως (α) στις ταχύτητες με τις οποίες αυξάνεται ο αριθμός των ασθενών (δεξαμενή **I** στο φυσικό ανάλογο) και με τις οποίες μειώνεται εν συνεχεία, και (β) στον αριθμό των νεκρών, **εξαρτάται** από σειρά παραμέτρων: τις αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2$ , την παράμετρο **a** (σημείο A), την παράμετρο **ε** (σημείο E) και την παράμετρο **γ** (σημείο Γ).

- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει (**H**) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία (**X**) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα (**S**) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.

08

- Οι ασθενείς (**I**) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν (**R<sub>1</sub>**) ή έχουν ανοσία (**X**) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν (**R<sub>1</sub>**) στην δεξαμενή 6.



# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ

7. Επομένως, για να μπορέσουμε να επιδράσουμε με αποφάσεις μας στην πορεία του συστήματος, δηλαδή της επιδημίας, πρέπει να μπορούμε (και να θέλουμε) να λάβουμε μέτρα για την μεταβολή των παραμέτρων που προσδιορίσαμε, δηλαδή

(I) της αντίστασης  $\rho_1$  που αναφέρεται στην ταχύτητα με την οποία οι υγιείς προσβάλλονται από την ασθένεια (όσο πιο ανοιχτή η στρόφιγγα στο σημείο A, τόσο ταχύτερη η ροή από την δεξαμενή 3 στην 4),

(II) της αντίστασης  $\rho_2$  που αναφέρεται στην ταχύτητα με την οποία αδειάζει η δεξαμενή των ασθενών,

(III) της παραμέτρου  $\alpha$  που αναφέρεται στην ταχύτητα διάδοσης της επιδημίας (όσο υψηλότερο το  $\alpha$  τόσο μεγαλύτερη η μόλυνση των υγιών από τους ασθενείς),

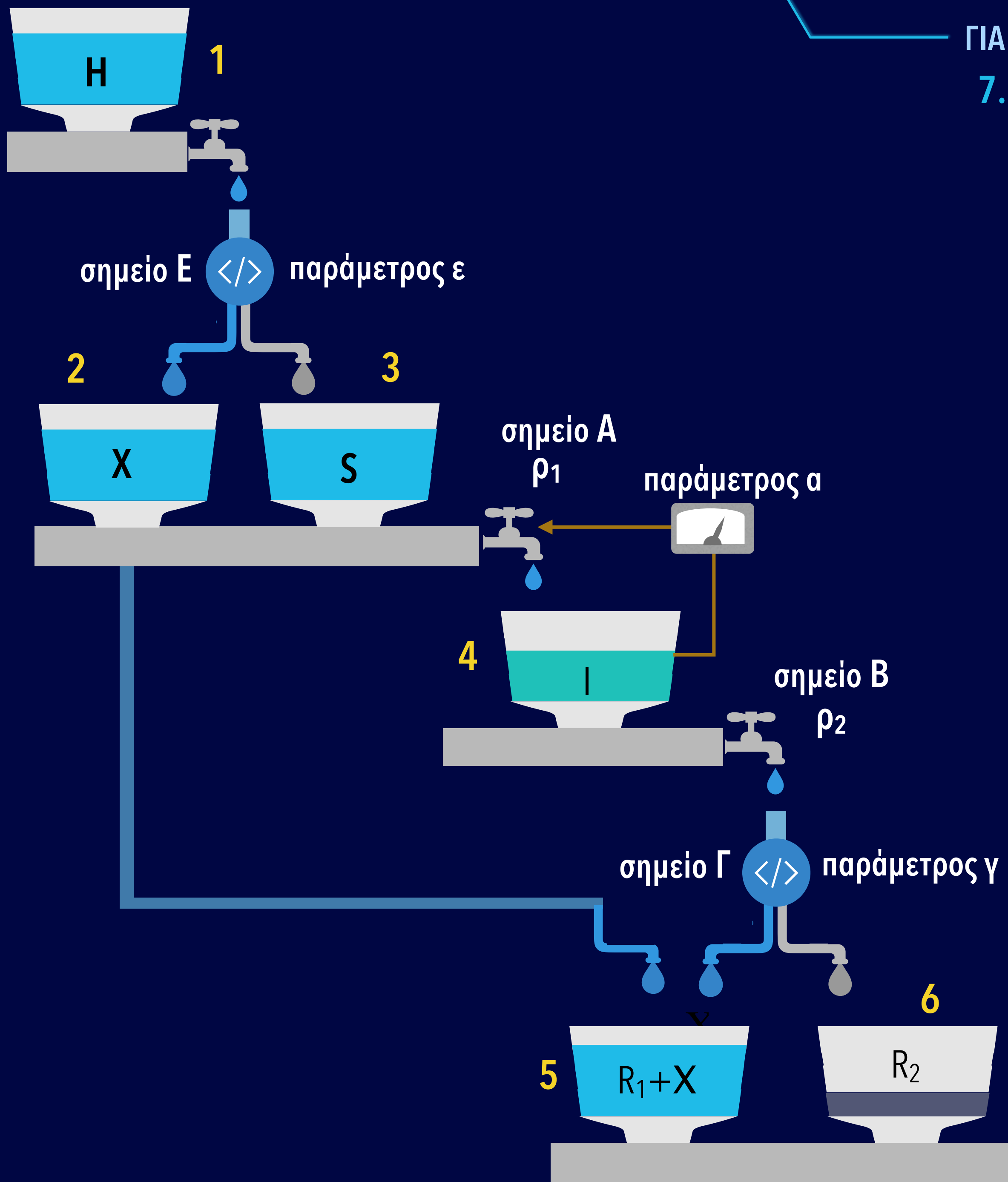
(IV) της παραμέτρου  $\varepsilon$  που αναφέρεται στο μέγεθος του πληθυσμού όσων έχουν ανοσία (X),

(V) της παραμέτρου  $\gamma$  που αναφέρεται στην θνητότητα, δηλαδή σε όσους απεβίωσαν ( $R_2$ ) ως ποσοστό όσων ασθένησαν (σημείο Γ).

- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει (H) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία (X) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα (S) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.

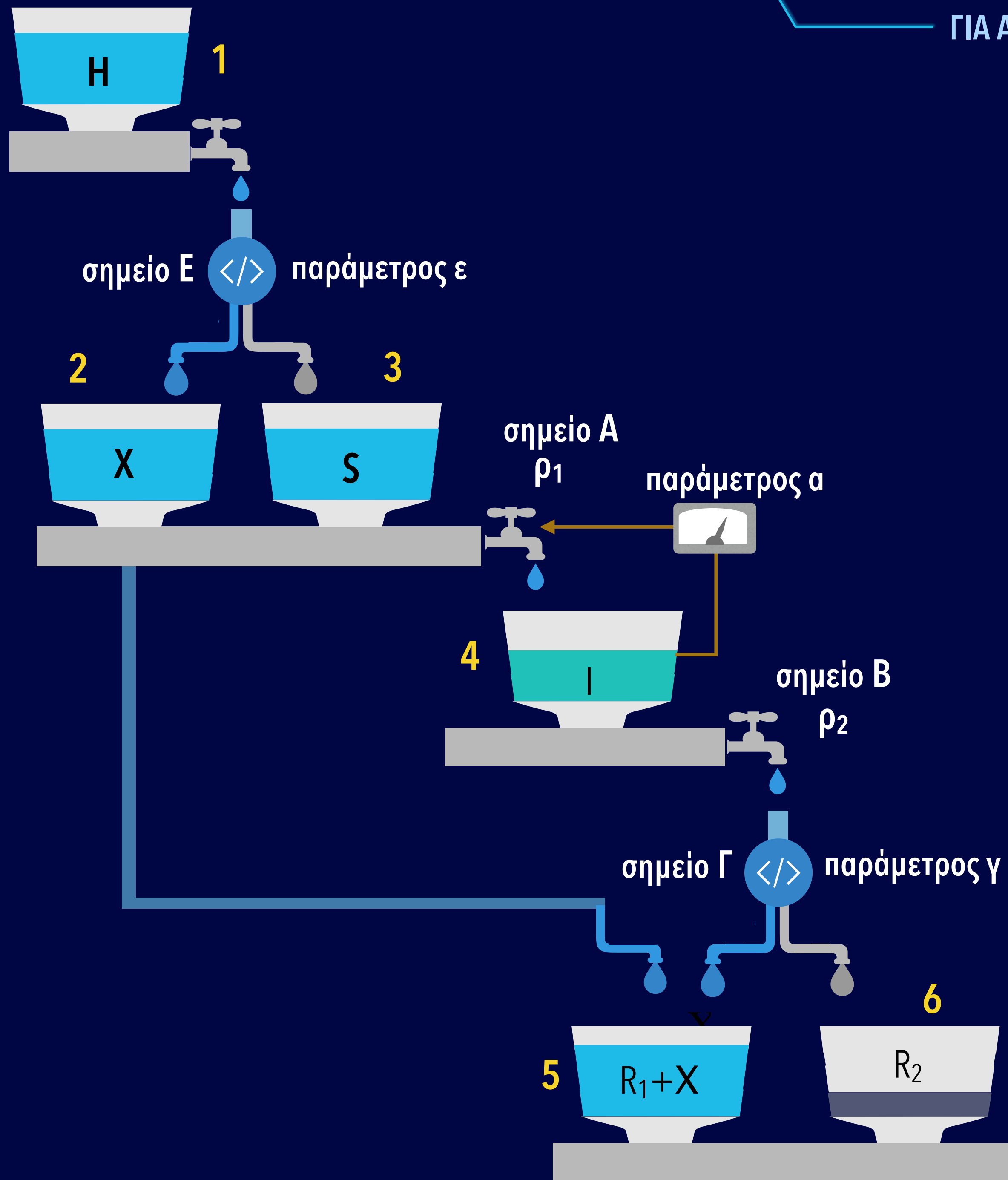
09

- Οι ασθενείς (I) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν ( $R_1$ ) ή έχουν ανοσία (X) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν ( $R_2$ ) στην δεξαμενή 6.



# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ



Για να μπορέσουμε να επιδράσουμε με αποφάσεις μας στην πορεία της επιδημίας, πρέπει να λάβουμε μέτρα για την μεταβολή των **5 παραμέτρων** που προσδιορίσαμε (βλ. προηγούμενη διαφάνεια). **Προς τούτο, όμως, πρέπει να προσδιορίσουμε από ποιους παράγοντες εξαρτώνται αυτές οι παράμετροι.** Αναφέρουμε στα όσα ακολουθούν τους **κυριότερους** από αυτούς του παράγοντες.

1. Ο παράγοντας που μεταβάλλει την παράμετρο  $\epsilon$ , δηλαδή το ποσοστό του πληθυσμού που έχει ανοσία, είναι ο **εμβολιασμός**. Όσοι εμβολιάζονται επιτυχώς προστίθενται σε αυτούς που έχουν φυσική ανοσία. Εκτρέπεται έτσι ένα μέρος του υγιούς πληθυσμού ώστε να κατευθυνθεί από την δεξαμενή 2 στην δεξαμενή 5.

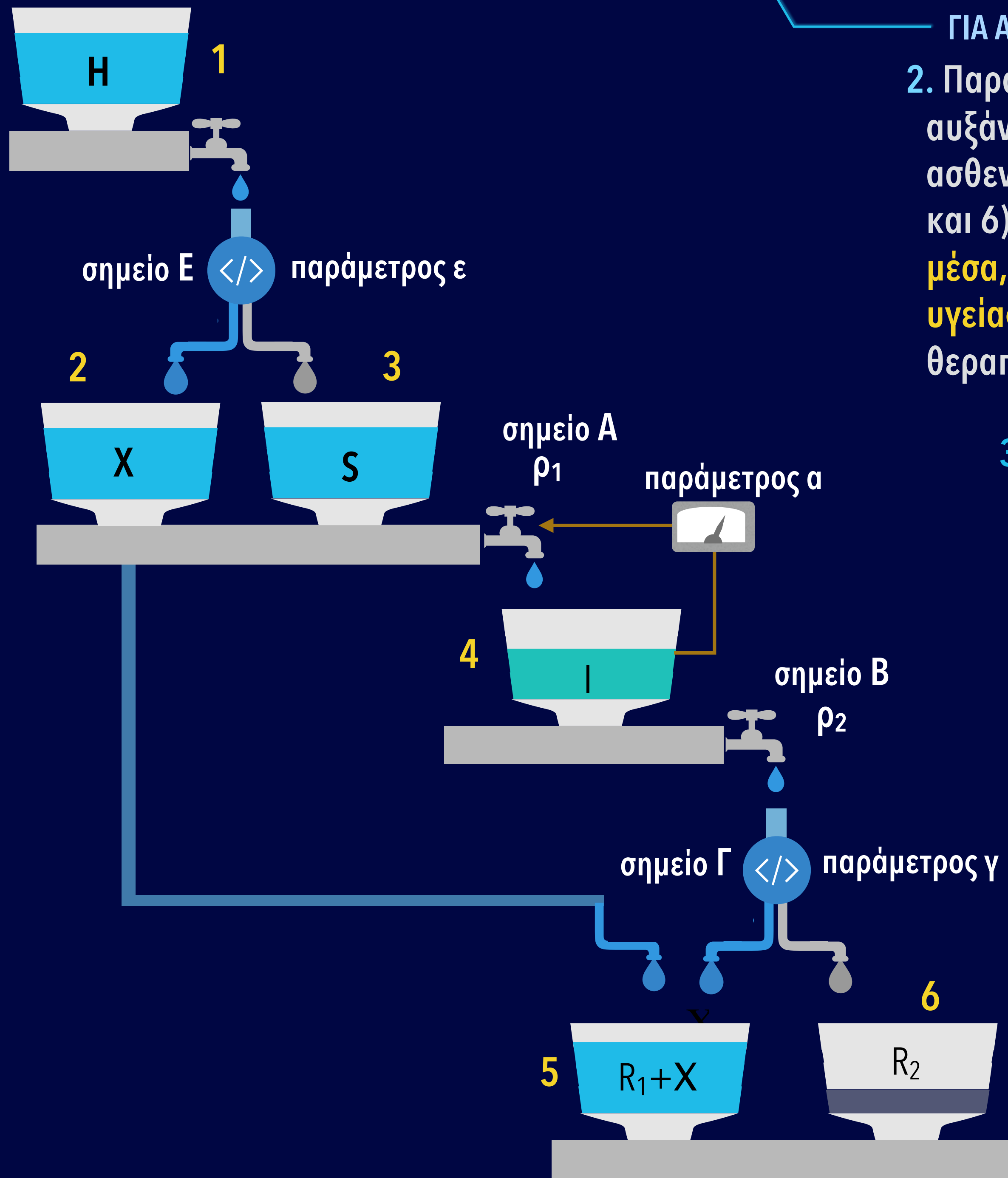
- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει (**H**) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία (**X**) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα (**S**) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.

10

- Οι ασθενείς (**I**) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν (**R<sub>1</sub>**) ή έχουν ανοσία (**X**) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν (**R<sub>1</sub>**) στην δεξαμενή 6.

# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ



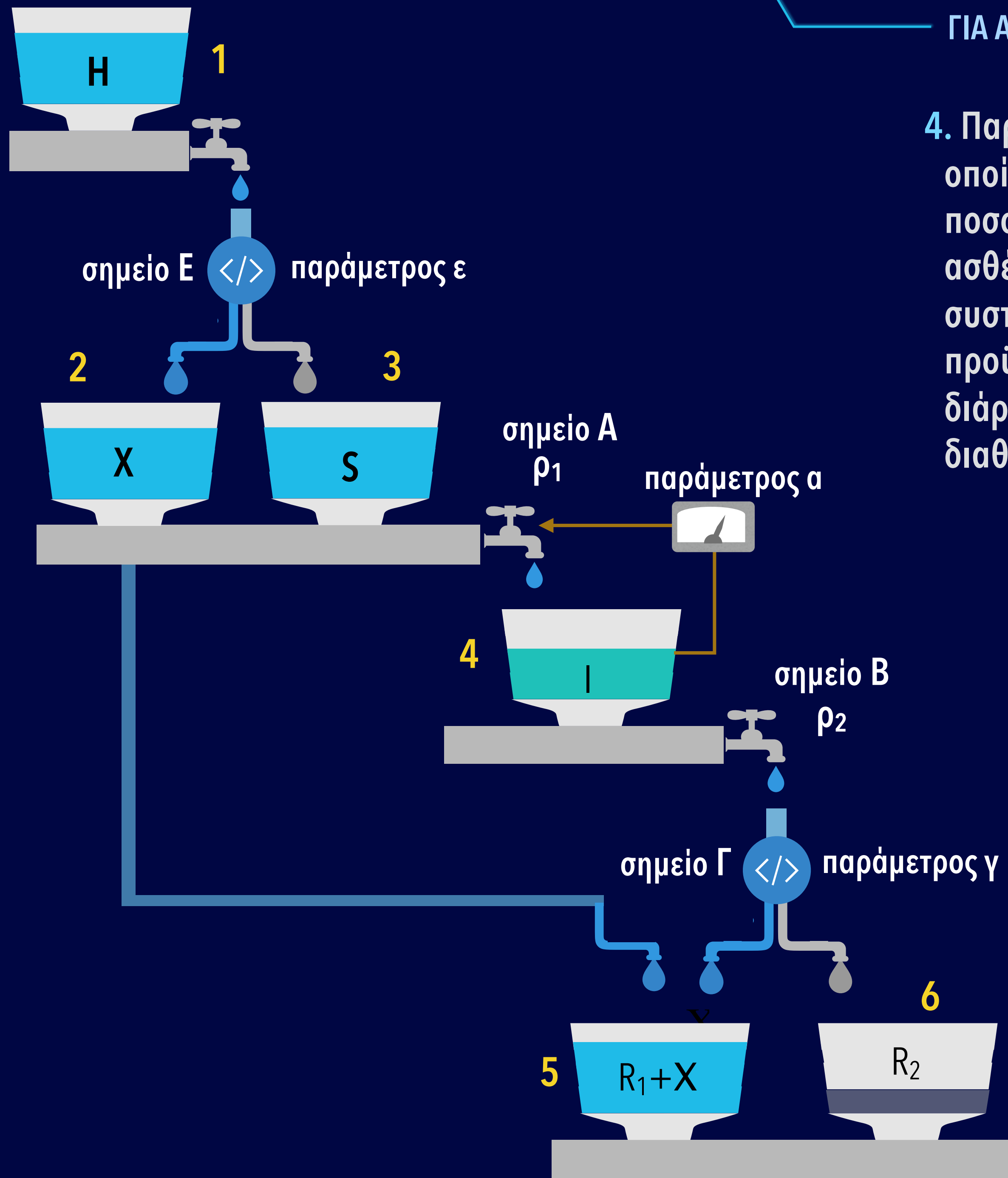
2. Παράγοντας που μειώνει την αντίσταση  $\rho_2$ , δηλαδή αυξάνει την ταχύτητα με την οποία αποθεραπεύονται οι ασθενείς (πέρασμα από την δεξαμενή 4 στις δεξαμενές 5 και 6) σχετίζεται με **την αποτελεσματικότητα, τα υλικά μέσα, την στελέχωση και το μέγεθος του συστήματος υγείας**, καθώς και με τις διαθέσιμες φαρμακευτικές θεραπείες για την αντιμετώπιση της ασθένειας.

3. Παράγοντας που αυξάνει την αντίσταση  $\rho_1$ , δηλαδή μειώνει την ταχύτητα με την οποία οι υγιείς προσβάλλονται από την ασθένεια, είναι τα μέτρα φυσικής αποστασιοποίησης, ο αερισμός, οι μάσκες, η καραντίνα, το lockdown, διότι περιορίζουν την διεπιφάνεια μεταξύ ασθενών και υγιών (δηλαδή τις αστάθμητες συναντήσεις μεταξύ όσων ανήκουν στην δεξαμενή S και στην δεξαμενή I) επομένως την ταχύτητα  $\alpha$  διάδοσης της μόλυνσης\*. Αύξηση της αντίστασης  $\rho_1$  μπορεί να επέλθει μέσω της **πρωτοβάθμιας φροντίδας υγείας είτε μέσω ιχνηλάτησης** διότι αμφότερες εντοπίζουν σε αρχικά στάδια τα κρούσματα και τα θέτουν υπό περιορισμό.

\* **Πόρισμα:** Το ταξικό πρόσημο του lockdown δεν προκύπτει από την φύση της καθεαυτή αλλά από τους κοινωνικούς και πολιτικούς όρους υπό τους οποίους αυτή εφαρμόζεται (βλ. αναλυτικά [Γαλανής και Μαντές 2020](#), "Οι δύο πολύ διαφορετικές εκδοχές του Lockdown", στην ενότητα [Φάκελος Covid-19 του commune.org.gr](#)).

# Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ

ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ



4. Παράγοντας που μεταβάλλει την παράμετρο  $\gamma$  η οποία αναφέρεται στην **θνητότητα** (δηλαδή στο ποσοστό όσων απεβίωσαν ως ποσοστό όσων ασθένησαν) είναι η αποτελεσματικότητα του συστήματος υγείας, οι ιατρικές γνώσεις που προϋπήρχαν της επιδημίας είτε αποκτήθηκαν στην διάρκειά της, οι νοσοκομειακές υποδομές, οι διαθέσιμες φαρμακευτικές αγωγές κλπ.

- Τα άτομα που είναι υγιή και δεν έχουν ασθενήσει (**H**) βρίσκονται στην δεξαμενή 1.
- Τα άτομα που είναι υγιή και έχουν ανοσία (**X**) βρίσκονται στην δεξαμενή 2.
- Τα άτομα που είναι υγιή και ευάλωτα (**S**) βρίσκονται στην δεξαμενή 3.

12

- Οι ασθενείς (**I**) στην δεξαμενή 4.
- Όσοι θεραπεύθηκαν (**R<sub>1</sub>**) ή έχουν ανοσία (**X**) στην δεξαμενή 5.
- Όσοι απεβίωσαν (**R<sub>1</sub>**) στην δεξαμενή 6.